Complexes
(Partie II)

I. Formes exponentielles d'un nombre complexe non nul.

Définition :

Pour tout réel θ on pose : $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$.

Alors, si *z* est un nombre complexe non nul de module *r* et dont un argument est θ, on appelle forme exponentielle de z l'écriture : $z = re^{i\theta}$.

Propriétés : *Règles de calcul sur les formes exponentielles*

θ et θ' sont des réels quelconques, *r* et *r'* sont des réels strictement positifs.

- $re^{i\theta} = r'e^{i\theta'} \Leftrightarrow (r = r' \text{ et } \theta = \theta' \; [\text{mod } 2\pi])$
- $\overline{re^{i\theta}} = re^{-i\theta}$
- $-(re^{i\theta}) = re^{i(\theta+\pi)}$
- $re^{i\theta} \times r'e^{i\theta'} = rr'e^{i(\theta+\theta')}$
- $\dfrac{1}{re^{i\theta}} = \dfrac{1}{r}e^{-i\theta}$
- $\dfrac{r'e^{i\theta'}}{r\,e^{i\theta}} = \dfrac{r'}{r}e^{i(\theta'-\theta)}$
- $\left(re^{i\theta}\right)^n = r^n e^{i\,n\theta}$, pour tout n de $\mathbb{N}$

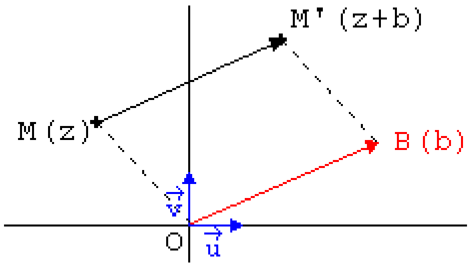
Propriété : *Formules d'Euler*

Pour tout réel θ : $\cos\theta = \dfrac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ et $\sin\theta = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

II. Transformations du plan.

Translation de vecteur d'affixe b :

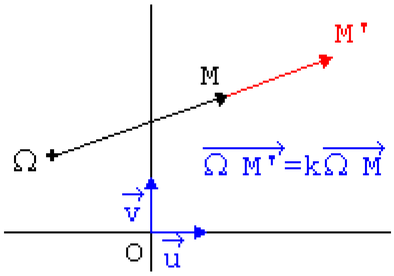
Le point M' d'affixe $z' = z + b$ est l'image par la translation de vecteur d'affixe b du point M



d'affixe z.

Homothétie de centre Ω et de rapport K.

Soit Ω le point d'affixe ω et k un réel non nul.
Le point M' d'affixe z' tel que $z' - \omega = k\,(z - \omega)$
est l'image du point M d'affixe z par l'homothétie
de centre Ω et de rapport k.



Rotation de centre Ω et d'angle θ

Soit Ω le point d'affixe ω et θ un réel.
Le point M' d'affixe z' tel que $z' - \omega = e^{i\theta}\,(z - \omega)$
est l'image du point M d'affixe z par la rotation

de centre Ω et d'angle θ.