

**Exercice : Chapitre PRODUIT SCALAIRE**

**28** On considère ABCD un quadrilatère quelconque non croisé.

a. Montrer que les deux réels :

$$AB^2 - BC^2 \text{ et } DC^2 - AD^2$$

peuvent chacun s'écrire comme un produit scalaire où intervient le vecteur  $\vec{AC}$ .

**COUP DE POUCE**

Transformer les carrés en carrés scalaires.

b. En déduire que la somme des deux réels précédents est égale à :

$$2\vec{AC} \cdot \vec{DB}$$

c. Démontrer alors la propriété suivante :

« Un quadrilatère ABCD possède des diagonales orthogonales lorsque les sommes des carrés des côtés opposés sont égales. »

Quelques explications supplémentaires sur le **coup de pouce**

Il faut poser  $AB^2 = \vec{AB} \cdot \vec{AB}$  *c'est-à-dire*  $AB^2 = \vec{AB}^2$

et  $BC^2 = \vec{BC} \cdot \vec{BC}$  *c'est-à-dire*  $BC^2 = \vec{BC}^2$

Et faire intervenir le vecteur  $\vec{AC}$  en utilisant la relation de Chasles sur le vecteur  $\vec{AB}$

dans l'expression  $\vec{AB}^2 - \vec{BC}^2$  qui permet de calculer  $AB^2 - BC^2$